Mudiant mewn dau ddimensiwn

*V* m/s

*θ*

Mae gronyn yn cael ei saethu ar fuanedd *V* m/s ar ongl *θ* i’r llorwedd.

Trwy gydrannu’r buanedd *V* cawn

Cydran llorweddol *V* cos *θ*

Cydran fertigol *V* sin *θ*

## Gellir defnyddio’r rhain i ddarganfod gwahanol fformwlau ar gyfer CYFLYMDER a PHELLTER

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Cyflymder llorweddol ( ar amser *t* ) *v = u + at* Nid oes cyflymiad yn llorweddol Felly  *vx = V cos θ* |  | Cyflymder fertigol ( ar amser *t* ) *v = u* + *at* Y cyflymiad fertigol yw -*g* Felly  *vy = V sin θ* - g*t* |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Pellter llorweddol ( ar amser *t* ) *s = ut +* ½*at2* Nid oes cyflymiad yn llorweddol Felly  *x = Vt cos θ* |  | Pellter fertigol ( ar amser *t* ) *s = ut* +½*at2* Y cyflymiad fertigol yw -*g* Felly  *y = Vt sin θ* - ½g*t2* |

Yr uchder mwyaf

Pan fo’r gronyn yn y pwynt uchaf, nid oes cyflymder fertigol

h.y. *vy* = 0

Dyma’r amser i gyrraedd y pwynt uchaf

*V sin θ* – g*t* = 0

*gt* = *V sin θ*

*t* = 

## felly

*y* = *Vt sin θ* - ½g*t2*

*y* =- 

*y* =

Yr amrediad mwyaf h.y.pellter llorweddol mwyaf

Dyma amser yr amrediad. Mae ddwbl yr amser ar gyfer yr uchder mwyaf gan fod y llwybr hedfan yn barabola

Pan fo *y* = 0

*Vt sin θ* - ½g*t2* = 0

*t* (*V sin θ* - ½g*t* ) = 0

Un ai *t* = 0

neu *V sin θ* - ½g*t*  = 0,

*V sin θ* = ½g*t*

2*V sin θ* = g*t*

*t* =

Pellter llorweddol

*x = Vt cos θ*

*x = V cos θ ×*  

2sin*θ*cos*θ* = sin2*θ*

*x* = 

*x* = 

Bydd yr amrediad mwyaf yn digwydd pan fo sin 2*θ* ar ei fwyaf

h.y.

sin 2*θ* = 1

2*θ* = 90º

*θ* = 45º

I ddarganfod cyflymder y gronyn yn unrhyw bwynt P

*vy = V sin θ* - g*t*

*vx = V cos θ*

V’

**α**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Maint y cyflymder  *V’* 2 = (*V cos θ* )2 + (*V sin θ* – g*t* )2 |  | Cyfeiriad y cyflymder  tan α =    tan α = |

Rhaid dysgu sut i ffurfio pob un o’r hafaliadau.

Mae rhaid eu profi

Enghraifft A

Teflir gronyn o bwynt *O* ar fuanedd o 20 m/s ar ongl 30º i’r llorwedd. Darganfyddwch ei

1. amser hedfan,
2. amrediad,
3. uchder mwyaf.

*0*

20

30º

*t* =

=

= 2.04 eiliad

neu

(a) Pan yn taro’r llawr, mae’r pellter fertigol y = 0

*y* = *Vt* sin *θ* - ½g*t*2

20 sin 30º*t* – ( ½ × 9.8 )*t*2 = 0

10*t* – 4.9*t*2 = 0

*t* ( 10 – 4.9*t*) = 0

Un ai *t* = 0

neu 10 – 4.9*t* = 0  *t* = eiliad = 2.04 eiliad

## 

*x* =

=

= 35.35 m

neu

(b) Yr amrediad yw

*x* = *Vt cos θ*

*x* = 20 cos 30º ×

*x* = 35.35 metr

(c) Yn y pwynt uchaf, *vy* = 0

*V sin θ* – g*t* = 0

20 sin 30º– 9.8*t* = 0

9.8*t* =20 sin 30º

*t* = eiliad

*t* = 1.02 eiliad

## Pellter fertigol ( ar amser *t* )

*y = Vt sin θ* - ½g*t2*

*y* = ( 20 sin 30º× ) – ( ½ × 9.8 × 2)

*y* = 5.1 m.

Enghraifft B

Teflir gronyn o bwynt *O* sydd ar blân llorweddol ar fuanedd cychwynnol o 28√3 m/s ar ongl 60º i’r llorwedd. Darganfyddwch yr

1. amser i gyrraedd yr uchder mwyaf,
2. yr uchder mwyaf.

*0*

28√3

60º

(a) Yn y pwynt uchaf, *vy* = 0

*V sin θ* – g*t* = 0

28√3 sin 60º– 9.8*t* = 0

9.8*t* =28√3 sin 60º

*t* =

*t* = eiliad

*t* = 4.29 eiliad

## (b) Pellter fertigol (h.y. uchder)

*y = Vt sin θ* - ½g*t2*

*y* = ( 28√3 sin 60º× ) – ( ½ × 9.8 × 2)

*y* = 180 – 90

*y* = 90 metr

Enghraifft C

Teflir gronyn o bwynt *O* ar fuanedd o 45 m/s ar ongl tan-1 i’r llorwedd. Darganfyddwch ei

1. amser hedfan,
2. amrediad,

*0*

45

*θ*

Gwyddom fod

tan *θ* =

5

3

*θ*

4

Trwy ddefnyddio Thm Pythagoras a Thrigonometreg,

rhaid bo trydedd ochr y triongl ongl sgwâr yn 5.

Felly

(a) Pan yn taro’r llawr, mae’r pellter fertigol y = 0

*y* = *Vt* sin *θ* - ½g*t*2

45 × × *t* – ( ½ × 9.8 )*t*2 = 0

27*t* – 4.9*t*2 = 0

*t* ( 27 – 4.9*t*) = 0

Un ai *t* = 0

neu 27 – 4.9*t* = 0  *t* = eiliad = 5.51 eiliad

(b) Yr amrediad yw

*x* = *Vt cos θ*

*x* = 45 × ×

*x* = 198.37 metr

Enghraifft Ch

Teflir gronyn o bwynt *O* ar lawr gwastad gyda chydrannau cyflymder o 7 m/s yn llorwedd a

19.6 m/s yn fertigol i fyny. Darganfyddwch

1. bellter oddi wrth *O* y pwynt lle mae’r gronyn yn taro’r llawr.
2. yr uchder mwyaf a gyrhaeddir uwchben *O*.

*V*

*V* sin *θ*

*V* cos *θ*

*θ*

*0*

Gwyddom

Y cyfran llorweddol *V* cos *θ* = 7

Y cyfran fertigol *V* sin *θ* = 19.6

(a) Pan yn taro’r llawr, mae’r pellter fertigol y = 0

*y* = *Vt* sin *θ* - ½g*t*2

Rhaid nodi’r holl broses. Ni cheir mynegu’r hafaliadau heb eu profi

19.6*t* – ( ½ × 9.8 )*t*2 = 0

19.6*t* – 4.9*t*2 = 0

4.9*t*2– 19.6*t* = 0

4.9*t* ( *t*– 4 ) = 0

Un ai 4.9*t* = 0  *t* = 0

neu *t* – 4 = 0  *t* = 4

## Yr amrediad

*x* = *Vt cos θ*

*x* =7 × 4

*x* = 28 metr

(b) Yn y pwynt uchaf mae’r buanedd fertigol *vy*= 0

*vy* =*V* sin *θ* - g*t*

19.6 – 9.8*t* = 0

9.8*t* = 19.6

*t* = 2 eilad

## Pellter fertigol ( ar amser *t* )

*y* = *Vt sin θ* - ½g*t2*

*y* =( 19.6 × 2 ) – ( ½ × 9.8 × 22 )

*y* =39.2 − 19.6

*y* = 19.6 m.

Enghraifft D

Saethir bwled o wn fel bod ei amrediad yn 960 metr. Yr amser hedfan yw 12 eiliad. Darganfyddwch faint a chyfeiriad y buanedd cychwynnol. (Cymerwch *g* = 10 m/s2)

*V*

*θ*

960 m

Gwyddom fod yr amrediad yn 960 m

*x* = *Vt cos θ*

960= *V cos θ* × 12

*V* cos *θ* = 80 (1)

Gwyddom fod y bwled yn taro’r llawr (*y* =0) pan fo *t* = 12

*y* = *Vt sin θ* - ½g*t2*

0= (*V sin θ* × 12) – ( ½ × 10 × 122 )

0= 12 × *V sin θ* – 720

12 × *V sin θ* = 720

*V* sin *θ* = 60 (2)

Trwy rannu (2) gyda (1)

= =

tan *θ* =

*θ* =

*θ* = 36.87º

Amnewid *θ* = 36.87º yn (2)

*V* sin36.87º = 60

*V* =

*V* = 100 m/s

Enghraifft Dd

Teflir pêl ar fuanedd o 28 m/s. Ei amrediad yw 64 metr. Darganfyddwch y ddwy ongl taflu bosibl.

28

*θ*

64 m

28

Gwyddom fod yr amrediad *x* = 64, ac bod y bêl yn taro’r llawr felly *y* = 0

*x* = *Vt cos θ*

64= 28 *cos θ* × *t*

*t* cos *θ* = = (1)

*y* = *Vt sin θ* - ½g*t2*

0= 28 *sin θ* × *t* – (½ × 9.8 × *t*2)

0= 28 *t sin θ* – 4.9*t*2

0= *t* (28 *sin θ* – 4.9*t*)

Un ai *t* = 0

neu 28 *sin θ* – 4.9*t* = 0  *t* =eiliad (2)

Amnewid (2) yn (1)

cos *θ* =

## 

2sin*θ*cos*θ* = sin2*θ*

=

sin 2*θ* =

sin 2*θ* =

sin 2*θ* = 0.8

2*θ* = sin-1 (0.8)

2*θ* = 53.13º neu 2*θ* = 126.87º

*θ* = 26.57º neu *θ* = 63.44º

Enghraifft E

Mae golffiwr yn taro pêl ar fuanedd o 52 m/s ar ongl *θ* uwchben y llorwedd, lle mae tan *θ* = . Darganfyddwch am faint o amser mae’r bêl mwy na 15 metr uwchben y ddaear llorweddol.

(Cymerwch *g* = 10 m/s2 )

*θ*

15 m

15 m

52

Gwyddom fod

tan *θ* =

13

5

*θ*

12

Trwy ddefnyddio Thm Pythagoras a Thrigonometreg,

rhaid bo trydedd ochr y triongl ongl sgwâr yn 5.

Felly

Gwyddom fod *y* = 15 metr

*y* = *Vt sin θ* - ½g*t2*

15= 52 × × *t* – (½ × 10 × *t*2)

15= 20*t*  – 5*t*2

5*t*2- 20*t* + 15 = 0

|  |  |
| --- | --- |
| S | Ll |
| -4 | +3 |

-1, -3

*t*2- 4*t* + 3 = 0

( *t* – 1 )( *t* - 3 ) = 0

Un ai *t*  – 1 = 0,  *t* = 1 eiliad

neu *t*  - 3 = 0  *t* = 3 eiliad

Felly mae’r bêl ar lefel o 15 metr ar ôl 1 a 3 eiliad

Felly mae’r bêl uwchben lefel o 15 m am

3 – 1 = 2 eiliad

Enghraifft F

Teflir pêl golff o’r llawr ar fuanedd 35 m/s ac ongl *θ* i’r llorwedd, lle mae tan *θ* = . Ar ei lwybr i lawr, mae’n prin glirio coeden 5.6 m o uchder.

Darganfyddwch bellter y goeden o bwynt y tafliad.

35

*θ*

C:\Documents and Settings\sc002\My Documents\My Pictures\Microsoft Clip Organizer\j0437673.wmf

5.6 m

5

3

*θ*

4

Gwyddom fod

tan *θ* =

felly

sin *θ* = , cos *θ* =

Gwyddom bod *y* = 5.6

*y* = *Vt sin θ* - ½g*t2*

5.6= 35 × ×*t*  - ( ½ × 9.8 ×*t*2 )

5.6= 21*t* – 4.9*t*2

4.9*t*2 - 21*t* + 5.6 = 0 (÷0.7)

|  |  |
| --- | --- |
| S | Ll |
| +56 | -30 |

-2, -28

7*t*2 - 30*t* + 8 = 0

7*t*2 - 28*t* –2*t* + 8 = 0

7*t* ( *t* – 4 ) –2 ( *t* – 4 ) = 0

( 7*t* –2 )( *t* – 4 ) = 0

Un ai 7*t*  – 2 = 0,  *t* = eiliad (ar y ffordd i fyny)

neu *t*  - 4 = 0  *t* = 4 eiliad (ar y ffordd i lawr)

Pellter llorweddol

*x* = *Vt cos θ*

*x* = 35 × × 4

*x* = 112 metr

Enghraifft Ff

Teflir carreg o ben clogwyn fertigol ar fuanedd o 50 m/s ar ongl uwchben y llorwedd. Mae’r garreg yn taro’r môr 240 m o waelod y clogwyn. Darganfyddwch

1. yr amser hedfan,

50

*θ*

*O*

240 m

1. uchder y clogwyn.

7 25

*θ*

24

Gwyddom tan *θ* = ,

felly sin *θ* = , cos *θ* =

## Pan yn taro’r môr, *x* = 240

## x = Vt cos θ

## 240 = 50 × *t* ×

## 240 = 48*t*

*t* = = 5 eiliad

1. Pan fo *t* = 5, yr uchder yw

## y = *Vt* sin *θ* - ½*gt*2

*y* = ( 50 × 5 × ) - ( ½ × 9.8 × 52 )

*y* = 70 – 122.5

*y* = – 52.5m sef 52.5 metr islaw y llorwedd

uchder y clogwyn yw 52.5 metr

Enghraifft G

Teflir gronyn ar fuanedd 25 m/s ac â chydran cyflymder cychwynnol 19.6 m/s tuag i fyny, fel a ddangosir yn y diagram, o ben clogwyn fertigol i ddaear lorwedd sydd bellter o 58.8 m o dan bwynt y tafliad. Darganfyddwch

(a) bellter y pwynt glanio o waelod y clogwyn,

25

*θ*

*O*

(b) cyflymder y gronyn wrth lanio.

Gwyddom bod y cyflymder cychwynnol fertigol

*V* sin *θ* = 19.6

25 sin *θ* = 19.6

sin *θ* = 

*θ* = sin-1 

*θ* = 51.6º

(a) Yn gwaelod y clogwyn, mae *y* = -58.8, sef 58.8 m islaw y pwynt taflu

## 

*y* = *Vt* sin *θ* - ½g*t*2

-58.8=19.6*t*  - 4.9*t*2

4.9*t*2 - 19.6*t* -58.8 = 0 ( ÷ 4.9 )

*t*2 - 4*t* - 12 = 0

|  |  |
| --- | --- |
| S | Ll |
| -4 | -12 |

-6, +2

( *t* – 6 )( *t* + 2 ) = 0

Un ai *t*  – 6 = 0,  *t* = 6 eiliad

neu *t*  + 2 = 0  *t* = -2 eiliad Amhosibl

## Pwynt glanio

*x* = *Vt cos θ*

*x* = 25cos51.6º × 6

*x* = 91.2 metr

(b) Yn y pwynt glanio

*vy = V sin θ* - g*t*

*vx = V cos θ*

**α**

V’

*V’* 2 = (*V cos θ* )2 + (*V sin θ* – g*t* )2

*V’* 2 = (25cos51.6º)2 + (19.6 – (9.8 × 6))2

*V’* 2 = (15.53)2 + (39.2)2

*V’* 2 = 1777.78

*V’* 2 = 42.16 m/s

tan α = 

tan α = 

α = tan-1 

α = -68.4º sef 68.4º islaw llorweddol.

Enghraifft Ng

Teflir gronyn yn llorweddol ar fuanedd 36 m/s, fel a ddangosir yn y diagram, o ben clogwyn fertigol i ddaear lorwedd sydd 122.5 m o dan bwynt y tafliad. Darganfyddwch yr amser i gyrraedd y ddaear islaw a phellter y pwynt glanio o waelod y clogwyn.

36 m/s

122.5 m

*θ* = 0º

Gwyddom fod *y* = -122.5 metr

*y* = *Vt* sin *θ* - ½g*t*2

-122.5=32 sin 0º - (½ × 9.8 ×*t*2)

-122.5=- 4.9*t*2

*t*2= 25

*t*= 5 eiliad

## Pwynt glanio

*x* = *Vt cos θ*

*x* = 36cos0º × 5

*x* = 180 metr

Mae’n cymryd 5 eiliad i gyrraedd pellter o 180 metr yn llorweddol.

Enghraifft H

Teflir gronyn yn llorweddol o ben clogwyn fertigol i ddaear lorwedd sydd 44.1 m o dan bwynt y tafliad. Pellter llorweddol y man glanio yw 39 m o’r man taflu. Darganfyddwch fuanedd cychwynnol y gronyn.

39 m

*V*

44.1 m

Gwyddom fod *y* = -44.1 metrac *x* = 39 metr

*y* = *Vt* sin *θ* - ½g*t*2

-44.1= *V*t sin 0º - (½ × 9.8 ×*t*2)

-44.1=- 4.9*t*2

*t*2= 9

*t*= 3 eiliad

*x* = *Vt cos θ*

39= *V* cos0º × 3

3*V* = 39

*V* = 13 m/s

Hafaliad y llinell.

Gellir ffurfio hafaliad ar gyfer darganfod lleoliad y gronyn ar y llwybr taflu ar yr amser *t*.

*V*

*θ*

*x*

*y*

Gwyddom

*x = Vt cos θ* (1)

*y = Vt sin θ* - ½g*t2* (2)

O hafaliad (1)

*t* = 

Amnewid yn (2)

*y = V*  *sin θ* - ½g

*y* = - ½g

sec *θ =* 

*y* = *x* tan*θ* - sec 2*θ*

*y* = *x* tan*θ* - ( 1 + tan2*θ* )

sec2*θ =* 1 + tan2*θ*

Rhaid dysgu sut i ffurfio hafaliad y llwybr

Enghraifft I

Mae bachgen yn gallu taflu carreg ar fuanedd o 14 m/s. Ar pa ongl y dylai’r bachgen daflu’r garreg os yw am daro ffenestr sydd 10 m i ffwrdd yn llorweddol a 5 m uwch ei ben ?

*0*

14

*θ*

10 m

5 m

Hafaliad y llwybr

*y* = *x* tan *θ* – ( 1+ tan2*θ* )

5 = 10 tan *θ* – ( 1+ tan2*θ* )

5 = 10 tan *θ* – 2.5( 1+ tan2*θ* )

5 = 10 tan *θ* – 2.5 – 2.5tan2*θ*

Felly

|  |  |
| --- | --- |
| S | Ll |
| -4 | +3 |

-1, -3

2.5tan2*θ* – 10 tan *θ* + 7.5 = 0 (÷2.5)

tan2*θ* – 4 tan *θ* + 3 = 0

( tan–1 )( tan– 3 ) = 0

Un ai tan *θ* – 1 = 0, tan *θ* = 1  *θ* = 45º

neu tan *θ* - 3 = 0, tan *θ* = 3 *θ* = 72º

Enghraifft J

Mae bachgen yn sefyll 4 m oddi wrth wal sydd 5 m o uchder. Mae’n taflu pêl ar fuanedd o 10 m/s ar ongl 40º uwchben y llorwedd o’i law sydd 1 m uwchben y ddaear. A fydd y bêl yn pasio dros y wal ?

Gan fod y bêl yn cael ei rhyddhau o uchder o 1 m, rhaid clirio uchder o 4 m

*0*

10

40º

4m

4 m

I glirio’r wal rhaid bod *y* > 4 metr pan fod *x* = 4, *V* = 10 a *θ* = 40º

*y* = *x* tan *θ* – ( 1 + tan2*θ* )

*y* = 4 tan 40º – ( 1 + tan240º)

*y* = 3.36 - 1.34

*y* = 2.02 metr sy’n llai na 4 metr

 nid yw’r bêl yn clirio’r wal.